

Proses Berpikir Tahap Aksi dan Tahap Proses dalam Membangun Pemahaman Integral Mahasiswa Calon Guru

Evy Lalan Langi¹, Hersiyati Palayukan²

^{1,2}Universitas Kristen Indonesia Toraja, Indonesia

¹evylalanlangi@ukitoraja.ac.id

Abstract

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif yang bertujuan untuk menggambarkan pemahaman konsep integral mahasiswa calon guru melalui aksi dan proses ditinjau dari perbedaan gender. Subjek penelitian terdiri dari satu orang mahasiswa perempuan dan satu orang mahasiswa laki-laki. Data dikumpulkan melalui lembar tugas dan wawancara. Tahap aksi subjek perempuan ditunjukkan dengan penyelesaian integral tentu secara terurut sesuai rumus. Ketika menentukan luas daerah, subjek perempuan langsung menggunakan rumus integral dengan fungsi dan batas yang ada dalam masalah tanpa memperhatikan bentuk dan letak daerah yang dibentuk oleh kurva. Aksi subjek laki-laki ketika menentukan integral tentu adalah menghitung integral menggunakan rumus yang sesuai. Ketika menentukan luas daerah di bawah kurva, subjek laki-laki terlebih dahulu menggambarkan bentuk kurva yang dimaksud dan memperhatikan posisi daerah terhadap sumbu x . Pada tahap proses, subjek perempuan mengenali terlebih dahulu bentuk integral yang diberikan dan selanjutnya menjelaskan langkah-langkah penyelesaiannya. Ketika menjelaskan cara menghitung luas daerah di bawah kurva, subjek perempuan menjelaskan langkah-langkah penyelesaian yakni menggunakan integral tentu dengan batas atas dan batas bawah yang ditentukan dalam soal tanpa memperhatikan posisi daerah. Sedangkan tahap proses subjek laki-laki ditunjukkan dengan menjelaskan cara menghitung luas daerah dengan diawali menggambar daerah yang dibatasi oleh kurva yang diberikan, memperhatikan posisi daerah terhadap sumbu x , menentukan bentuk integral dengan batas-batas yang bersesuaian dengan posisi daerah, dan selanjutnya menjelaskan langkah-langkah menghitung luas daerah menggunakan integral tentu.

Kata Kunci: *APOS, integral, gender*

Pendahuluan

Konsep integral adalah salah satu bahasan utama dalam mata kuliah kalkulus yang diberikan di setiap program studi pendidikan matematika. Meskipun materi ini telah dipelajari sejak di sekolah menengah atas, ternyata materi ini tidaklah mudah untuk dipahami oleh mahasiswa calon guru (Langi et al., 2022; Misyu et al., 2018; Muhassanah & Lukman, 2020). Siswa mengalami kesulitan dalam menerapkan aturan untuk integrasi (Maharaj, 2014). Selain itu, beberapa penelitian mengungkapkan bahwa siswa juga mengalami kesulitan dalam menggunakan konsep integral baik dalam kelas kalkulus maupun lintas kelas kalkulus (de Almeida et al., 2021; Salleh & Zakaria, 2016). Ada pula yang mengungkapkan bahwa mahasiswa calon guru dalam menyelesaikan masalah integral menggunakan prediksi dan tidak detail (Yudianto et al., 2017). Hal ini menunjukkan bahwa pemahaman tentang konsep integral masih perlu mendapat perhatian yang serius, terutama untuk mahasiswa calon guru yang nantinya akan menjadi guru dan mengajar materi tersebut kepada siswa mereka.

Tujuan dari belajar adalah untuk mencapai pemahaman terhadap konsep yang sedang dipelajari. Ada beberapa faktor yang memengaruhi pemahaman siswa tentang suatu konsep matematika. Salah satu faktor yang dapat ditinjau yakni perbedaan jenis kelamin karena siswa

laki-laki dan perempuan cenderung menunjukkan gejala-gejala yang berbeda dalam belajar matematika. Ada penelitian yang menunjukkan bahwa kemampuan perempuan lebih baik daripada laki-laki dalam hal metode solusi verbal dan visual dalam menyelesaikan masalah geometri (Puloo et al., 2018). Penelitian lain yang menyoroti perbedaan *gender* menguraikan bahwa tingkat berpikir probabilistik anak laki-laki lebih tinggi daripada tingkat berpikir probabilistik anak Perempuan (Sari et al., 2017). Ada pula yang menyatakan bahwa literasi matematika mahasiswa calon guru laki-laki berbeda dengan literasi matematika mahasiswa calon guru perempuan (Lestari et al., 2018). Hal ini dapat menjadi gambaran untuk melakukan kajian tentang pemahaman konsep integral tentu mahasiswa calon guru berdasarkan perbedaan *gender*.

Pemahaman mahasiswa dalam penelitian ini ditinjau melalui aksi dan proses yang merupakan bagian dari teori APOS (Aksi, Proses, Objek, dan Skema). Teori APOS diperkenalkan oleh Dubinsky yang menjelaskan bagaimana seseorang mengkonstruksi pengetahuannya melalui tahapan aksi, proses, objek, dan skema (Arnon et al., 2014; Langi et al., 2021; Martínez-Planell & Trigueros, 2019). Penelitian ini difokuskan pada tahap aksi dan proses karena ini merupakan tahapan awal dan mendasar ketika seseorang mengkonstruksi suatu konsep. Aksi dalam teori APOS merupakan transformasi objek yang dirasakan oleh individu yang pada dasarnya bersifat eksternal dalam arti bahwa setiap langkah masih dilakukan secara eksplisit dan dipandu oleh instruksi eksternal (Bayraktar et al., n.d.). Individu dapat melakukan perhitungan dan transformasi objek matematis sebagai hasil rangsangan eksternal dimana setiap langkah dipicu dari langkah sebelumnya (Oktaç, 2019). Pada tahap aksi, individu tidak dapat mengantisipasi atau menghilangkan langkah-langkah tanpa melakukan secara eksplisit (Martínez-Planell & Cruz Delgado, 2016). Dalam penelitian ini, aksi akan diterapkan untuk melihat pemahaman konsep integral tentu mahasiswa calon guru dilihat dari langkah-langkah penyelesaian soal yang diberikan (hitung integral dan menghitung luas daerah).

Tahap selanjutnya adalah Proses, yakni suatu konstruksi internal yang diperoleh setelah melakukan aksi secara berulang, dan tidak harus dikendalikan oleh rangsangan eksternal (Langi & Juniati, 2023; Rodliyah et al., 2022). Ketika aksi diulangi dan direfleksikan, individu bergerak dari bergantung pada isyarat eksternal menjadi memiliki kontrol internal terhadapnya (Firdaus et al., 2020). Ini ditandai dengan kemampuan melakukan masing-masing secara eksplisit dan dapat melewati langkah-langkah serta dapat membalikkannya (Langi et al., 2022; Martínez-Planell & Cruz Delgado, 2016; Priss, 2018). Individu dapat membayangkan ataupun dapat memprediksi bahwa suatu input dapat dikerjakan untuk menghasilkan output dengan menjelaskan langkah-langkah tanpa harus melaksanakannya secara eksplisit. Ini berarti individu tidak lagi hanya mengikuti langkah secara terperinci seperti yang mereka hafal melainkan transformasi tersebut berada dalam kendali mereka. Jadi untuk memahami suatu konsep selain bisa menyelesaikan masalah yang diberikan secara eksplisit, selanjutnya memahami dengan membuat prediksi dan dugaan *output* dari suatu masalah tanpa harus menyelesaikannya terlebih dahulu, dan mampu menjelaskan langkah-langkah untuk menyelesaikannya beserta penjelasan mengapa dan bagaimana hal itu. Dua aspek dasar dalam mengkonstruksi konsep ini sangat diperlukan untuk nantinya membantu kesulitan mahasiswa calon guru dalam memahami konsep integral tentu.

Metode

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif sehingga peneliti bertindak sebagai instrumen utama. Data dikumpulkan melalui lembar tugas yang disertai wawancara tidak terstruktur. Penelitian dilakukan di Universitas Kristen Indonesia Toraja pada Program Studi Pendidikan Matematika. Subjek dipilih berdasarkan jenis kelamin, sehingga diperoleh dua orang subjek

penelitian yang terdiri dari satu orang mahasiswa calon guru berjenis kelamin laki-laki (SL) dan satu orang mahasiswa calon guru berjenis kelamin perempuan (SP). Subjek diberikan instrumen yang telah dikembangkan yakni soal hitung integral dan masalah menentukan luas daerah. Data yang dikumpulkan berupa hasil dari pekerjaan tertulis dan hasil wawancara.

Data dianalisis berdasarkan indikator aksi dan proses yang merupakan bagian dari teori APOS. Deskripsi tentang aksi dan proses yang telah dikembangkan dapat dilihat pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Deskripsi Aksi dan Proses

Tahap	Deskripsi
Aksi	<ul style="list-style-type: none"> - Menentukan aturan yang dapat dipakai untuk menyelesaikan soal integral tentu yang diberikan. - Menerapkan aturan yang ditentukan untuk menghitung integral tertentu yang diberikan. - Membuat sketsa daerah yang ditanyakan. - Menentukan luas daerah yang ditanyakan.
Proses	<ul style="list-style-type: none"> - Menjelaskan atau menentukan aturan yang berlaku atas suatu integrasi dengan alasannya. - Menjelaskan langkah-langkah menghitung integral tertentu. - Menjelaskan langkah-langkah menghitung luas daerah.

Data untuk aksi berupa data tertulis yakni hasil hitung integral dan menghitung luas daerah, Adapun soal untuk melihat “aksi” adalah:

A1) Tentukanlah hasil dari $\int_0^2 (x^2 - 1)^3 2x dx$

A2) Gambarlah dan hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = -x + 1$, sumbu x , $x = 0$ dan $x = 2$.

Data untuk “proses” berupa penjelasan langkah menghitung integral dan menghitung luas daerah. Adapun masalah yang diberikan untuk “proses” adalah sebagai berikut:

P1) Bagaimana langkah anda menentukan hasil dari $\int_a^b g(x)^k g'(x) dx$?

P2) Bagaimana langkah anda menghitung luas daerah yang dibatasi kurva $y = f(x)$, sumbu x , $x = a$, dan $x = b$?

Hasil

Pemahaman Konsep Integral Tentu Mahasiswa Perempuan (SP) melalui Aksi

Pemahaman konsep integral tentu mahasiswa calon guru melalui aksi digali menggunakan tugas menghitung nilai integral tentu yang diberikan dan menentukan luas daerah. Jawaban tertulis SP dapat dilihat pada Gambar 1 berikut.

$$\begin{aligned}
 \int_0^2 (x^2 - 1)^3 2x dx &= \int_0^2 u^3 du \\
 \text{mis. } u &= x^2 - 1 \\
 \frac{du}{dx} &= 2x \\
 du &= 2x dx \\
 &= \frac{1}{4} u^4 \Big|_0^2 \\
 &= \frac{1}{4} (x^2 - 1)^4 \Big|_0^2 \\
 &= \frac{1}{4} (2^2 - 1)^4 - \frac{1}{4} (0^2 - 1)^4 \\
 &= \frac{1}{4} \cdot 3^4 - \frac{1}{4} \cdot 1 \\
 &= \frac{81}{4} - \frac{1}{4} = \frac{80}{4} = 20
 \end{aligned}$$

(a)

(b)

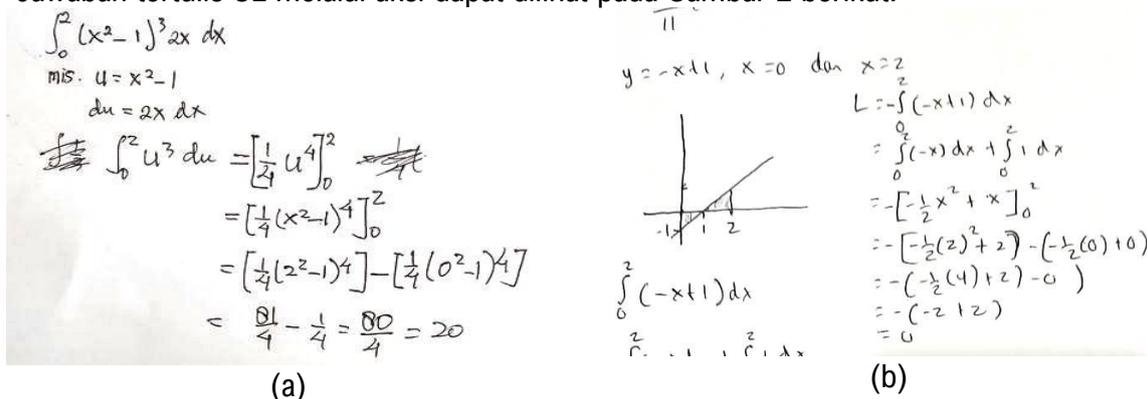
Gambar 1. Jawaban SP melalui aksi

Berdasarkan jawaban tertulis SP atas soal yang diberikan, peneliti melakukan wawancara terhadap SP untuk mengkonfirmasi jawaban agar data pada aksi ini lebih meyakinkan. Berikut ini adalah hasil wawancara peneliti dengan SP.

- P : Apakah kamu yakin bentuk daerahnya seperti itu?
 SP : Saya hanya memberikan gambaran bu bahwa letak daerahnya kemungkinan seperti itu.
 P : Kenapa hasilnya nol sedangkan di gambarmu ada daerah yang diarsir yang akan dihitung luasnya?
 SP : (*berpikir dan menghitung kembali integral yang dituliskannya*) hm.... tapi saya rasa ini integralnya sudah benar bu.

Pemahaman Konsep Integral Tentu Mahasiswa Laki-laki (SL) melalui Aksi

Jawaban tertulis SL melalui aksi dapat dilihat pada Gambar 2 berikut.



Gambar 2. Jawaban SL melalui aksi

Peneliti melakukan wawancara dengan SL terkait jawaban yang telah dituliskan agar data pada aksi ini lebih meyakinkan. Berikut ini adalah hasil wawancara peneliti dengan SL.

- P : Apakah kamu yakin dengan gambar yang kamu buat?
 SL : Iya bu
 P : Terus untuk menghitung luasnya kamu pakai integral tentu, batasannya yang mana?
 SL : Dari nol sampai 2 bu.
 P : Kenapa ada tanda negatif di depan integral?
 SL : Itu karena ada daerah di bawah sumbu x bu.
 P : Jadi letaknya juga berpengaruh ya?
 SL : Iya bu...
 P : Kenapa hasilnya nol padahal di gambar kamu ada daerah yang terbentuk yang mempunyai luas?
 SL : (*Diam, tidak menjawab*)

Pemahaman Konsep Integral Tentu Mahasiswa Perempuan (SP) melalui Proses

Wawancara dilakukan untuk melihat pemahaman mahasiswa tentang konsep integral tentu melalui proses. Terdapat dua soal yang diajukan kepada subjek, yakni penjelasan bagaimana melakukan langkah-langkah penyelesaian hitung integral dan menghitung luas daerah. Berikut ini adalah hasil wawancara dengan SP untuk tugas menghitung integral.

- P : Bisa kamu ceritakan bagaimana langkah kamu menyelesaikan soal pertama ini?
 (*menunjuk soal $\int_a^b g(x)^k g'(x) dx$*)
 SP : Saya bedakan dulu bu yang mana fungsinya dan mana turunannya.
 P : Kalau di soal ini yang mana fungsinya dan yang mana turunannya?
 SP : $g(x)^k$ sebagai fungsinya sedangkan $g'(x)$ itu turunan dari fungsinya.

- P : Setelah itu bagaimana?
- SP : Saya misalkan dulu $g(x)$ dengan u , lalu saya turunkan. Turunan dari u itu adalah du yang tak lain adalah $g'(x)$. Setelah itu, saya tulis ulang soalnya menjadi $\int u^k du$. Kalau sudah begini, maka sudah gampang untuk diintegrasikan. Ini nanti hasilnya adalah $\frac{1}{k+u} u^{k+1}$, tetapi nilai u harus dikembalikan ke bentuk semula. Langkah terakhir, saya masukkan nilai batas atasnya yang kemudian saya kurangkan dengan nilai batas bawahnya maka didapatlah hasilnya.

Wawancara dengan SP dilanjutkan untuk soal kedua yakni menjelaskan langkah menentukan luas daerah, sebagai berikut.

- P : Coba kamu jelaskan bagaimana langkah kamu menentukan luas daerah yang dibatasi kurva $y = f(x)$, sumbu x , $x = a$, dan $x = b$.
- SP : Itu bisa menggunakan integral tentu bu.
- P : Kenapa pakai integral?
- SP : Karena salah satu penerapan integral tentu adalah digunakan untuk menghitung luas daerah di bawah kurva.
- P : Apakah kamu bisa bayangkan bentuk atau letak dari daerah yang dimaksud?
- SP : (*Berpikir sejenak*) tidak terlalu yakin bu, hanya saja dari soalnya itu bisa saya buat dalam integral tentu untuk menghitung luasnya.
- P : Bisa diceritakan langkahnya?
- SP : Luasnya bisa ditulis dalam bentuk integral dari $f(x)dx$ dengan batas bawah a dan batas atas b . Jadi hasil perhitungannya itu menunjukkan luasnya.

Pemahaman Konsep Integral Tentu Mahasiswa Laki-laki (SL) melalui Proses

Pemahaman SL tentang konsep integral tentu juga ditelusuri melalui proses yakni dengan meminta SL menjelaskan langkah-langkah melakukan hitung integral dan menghitung luas daerah. Berikut ini adalah hasil wawancara dengan SL untuk tugas menghitung integral.

- P : Kalau saya berikan soal $\int_a^b g(x)^k g'(x) dx$, apa kamu bisa menjelaskan langkah-langkah menyelesaikannya?
- SL : Oh iya bu, ini kan suatu integral dari suatu fungsi dengan turunannya. Jadi nanti pakai pemisalan bu seperti soal yang saya kerja tadi.
- P : Apanya yang dimisalkan?
- SL : Jadi nanti bu, $g(x)^k$ itu dimisalkan dengan u , kemudian u diturunkan sehingga didapat du . Kalau dalam soal ini $g'(x)dx$ itu sama saja dengan du . Jadi yang saya integralkan sekarang adalah $\int u^k du$, dan ini tidak susah lagi untuk mengintegrasikan. Kalau sudah diintegrasikan nanti u yang dimisalkan tadi harus dikembalikan ke bentuk awalnya. Langkah terakhir, masukkan nilai batas atas dan batas bawah. Hasilnya nanti dikurangkan.

Tugas kedua yang diajukan kepada SL adalah menjelaskan langkah menentukan luas daerah. Berikut ini adalah hasil wawancara dengan SL.

- P : Coba kamu jelaskan bagaimana langkah kamu menentukan luas daerah yang dibatasi kurva $y = f(x)$, sumbu x , $x = a$, dan $x = b$.
- SL : Bisa pakai integral tentu bu yaitu $\int_a^b f(x)dx$.
- P : Apa kamu bisa membayangkan bentuk dan letak daerah yang dimaksud?
- SL : Yang saya bayangkan bu, daerahnya ini terletak di kuadran pertama. Kurva $f(x)$ ada di atas sumbu x , kemudian dibatasi garis lurus $x = a$ dan juga $x = b$ (*menggambar menggunakan jari*). Berarti benar kalau pakai integral tentu,

- $\int_a^b f(x)dx$. Jadi luas daerahnya nanti akan bernilai positif karena letaknya di atas sumbu x .
- P : Kalau misalkan kurva $f(x)$ memotong sumbu x , sehingga ada daerah yang terletak di atas sumbu x dan ada daerah di bawah sumbu x . Bagaimana kamu menghitung luasnya?
- SL : (*Mencoba menggambar menggunakan jari*). Itu berarti ada titik potong kurva dengan sumbu x , saya kasih nama n . Oh... jadi nanti luas daerahnya itu adalah jumlah dari luas yang di atas sumbu x dengan luas yang di bawah sumbu x .
- P : Cara hitungnya bagaimana?
- SL : Tetap pakai integral tentu bu, tapi hitungnya dua kali. Satu kali untuk daerah di atas sumbu x dan satu kali untuk daerah di bawah sumbu x . Oh... ternyata di sini letak kesalahan saya tadi bu untuk soal sebelumnya (*merujuk ke jawaban soal Aksi*).
- P : Jadi cara hitungnya bagaimana?
- SL : Jadi luasnya itu adalah $\int_a^n f(x)dx + \int_n^b f(x)dx$.

Pembahasan

Pemahaman Konsep Integral Tentu melalui Aksi oleh Mahasiswa Perempuan

Berdasarkan analisis terhadap jawaban subjek perempuan pada tugas menghitung integral, dapat dijelaskan bahwa SP) terlebih dahulu menentukan aturan yang berlaku atas bentuk integral yang diberikan. SP menggunakan aturan substitusi dengan mengubah integral dari fungsi dalam x ke fungsi dalam u dengan $u = x^2 - 1$ kemudian mengintegrasikan dalam u dan mensubstitusi u ke dalam x kembali untuk menentukan hasil integral tentu dengan memasukkan nilai batas. SP tidak menemukan kendala dalam melakukan pengerjaan atas soal tersebut hingga memberikan hasil yang benar. Akan tetapi SP tidak mengganti nilai batas integral dalam u ketika mengubah fungsi ke dalam u dan ketika diwawancara SP tidak tahu bahwa batas harus diubah. Selanjutnya untuk tugas menghitung luas daerah, SP membuat sketsa luas daerah yang ditanyakan tetapi grafik hanya berupa sketsa dan tidak sesuai dengan fungsi yang diberikan. Kemudian, SP menuliskan bentuk integral tentu yakni $\int_0^2 -x + 1 dx$. Seperti pada soal menghitung integral, SP dapat menyelesaikan bentuk integrasi yang dibuatnya hingga memberikan hasil sama dengan nol dan disimpulkan bahwa luas daerah bernilai nol. Ketika peneliti konfirmasi kembali hasil yang diperoleh, SP mencoba untuk menggambarkan daerah yang dimaksud dan gambar tetap berupa sketsa seperti pada gambar 1b.

Berdasarkan hasil yang diperlihatkan oleh SP baik melalui jawaban tertulis maupun hasil wawancara, menunjukkan bahwa SP tidak memahami hubungan antara sketsa gambar dengan hasil integral yang diperolehnya. SP hanya yakin bahwa untuk menghitung luas daerah dilakukan dengan mengintegrasikan fungsi dengan batas-batas yang diberikan. Meskipun SP mampu melakukan penghitungan integral tentu, tetapi untuk tugas menghitung luas daerah, SP tidak mampu menggambarkan dengan benar letak dan bentuk daerah yang dimaksud dalam soal dan memaknai hubungan luas daerah dengan penentuan luas dengan integral tentu. Pemahaman SP hanya sebatas hafalan saja tentang aturan dalam melakukan integrasi. Hal ini sesuai dengan pendapat beberapa peneliti sebelumnya bahwa pada tahap "aksi" individu sangat bergantung pada rangsangan dari luar atau bersifat eksternal (Firdaus et al., 2023; Langi et al., 2021; Langi & Juniati, 2023; Oktaç, 2019; Parraguez & Oktaç, 2010). Aksi SP dalam memahami konsep integral tentu ditunjukkan dengan kemampuan secara prosedural dalam menghitung integral.

Pemahaman Konsep Integral Tentu melalui Aksi oleh Mahasiswa Laki-laki

Subjek laki-laki menyelesaikan tugas menghitung integral mirip dengan yang dilakukan oleh subyek perempuan. SL menggunakan aturan integrasi substitusi yang telah diketahui dengan mengubah integral dari fungsi dalam x ke bentuk fungsi dalam u sehingga diperoleh hasil yang benar. Kesalahan yang dibuat juga sama seperti pada subyek perempuan, yaitu tidak mengganti batas dalam u ketika fungsi dalam u . Sementara, untuk tugas menghitung luas daerah, SL terlebih dahulu mencoba menggambar letak serta bentuk dari daerah yang dimaksud dalam soal, meskipun grafik yang dibuatnya terbalik. Selanjutnya SL menghitung luas daerah tersebut dengan menerapkan integral tentu.

Berdasarkan hasil tugas dan wawancara, diketahui bahwa setelah SL menggambar grafik dan memperhatikan letak grafik ada yang di bawah sumbu x maka SL menambahkan tanda negatif pada integral tentu dan menghitungnya. Meskipun SL mendapatkan hasil integral tentu sama dengan nol tetapi SL tidak mengetahui dimana letak kesalahannya.

SL menguasai beberapa rumus integral yang siap digunakan ketika harus menghitung integral dan saat diberikan tugas menghitung luas, SL menggunakan proses integral tentu dengan batasan nilai x yang diberikan dalam soal. Meskipun SL mencoba untuk menggambarkan letak dan bentuk daerah tersebut, akan tetapi tidak banyak berpengaruh terhadap pemahamannya tentang luas daerah. SL mengungkapkan bahwa daerah di bawah kurva akan bernilai negatif, namun hal tersebut hanya sebatas hapalan saja dan pada akhirnya SL menyelesaikan tugas tersebut dengan mengandalkan apa yang telah ia hapal sebelumnya tentang aturan integrasi.

Pemahaman Konsep Integral Tentu melalui Proses oleh Mahasiswa Perempuan

Berdasarkan hasil wawancara dengan SP, dapat dikatakan bahwa SP telah menguasai aturan tentang integrasi, terbukti dari kemampuan SP dalam menjelaskan langkah-langkah melakukan integrasi. Untuk kasus menghitung integral ini, SP mampu mengenali dan menjelaskan hubungan antara fungsi dan turunannya dalam suatu integral sehingga dapat dikatakan bahwa SP memiliki pemahaman relasional yakni mampu menggunakan aturan matematis yang disertai alasan penggunaannya (Wulandari & Rakhmawati, 2019).

Untuk tugas kedua yakni menghitung luas daerah, SP tidak dapat menjelaskan bentuk dan letak dari daerah yang dimaksud. Meskipun SP tidak mengalami kendala untuk menjelaskan langkah-langkah melakukan integrasi untuk menentukan luas daerah yang dimaksud, tetapi subyek tidak bisa memaknai dan menjelaskan hubungan gambar atau letak grafik dengan bentuk integral tentu untuk menghitung luas daerah. Proses yang dijeaskan subyek hanya berlaku untuk grafik di atas sumbu x seluruhnya. Proses yang ditunjukkan SP ini sekaligus mendukung penelitian sebelumnya yang mengungkapkan ketidakmampuan individu dalam menerapkan konsep integral untuk menghitung luas daerah (Misu et al., 2018; Salleh & Zakaria, 2016).

Pemahaman Konsep Integral Tentu melalui Proses oleh Mahasiswa Laki-laki

Berdasarkan hasil dari proses ini menunjukkan bahwa SL memiliki kemampuan yang baik dalam hal menjelaskan langkah menghitung integral. Langkah pertama yang dilakukan SL dalam melakukan integrasi adalah dengan mengidentifikasi bentuk integral yang diberikan untuk selanjutnya memutuskan aturan yang akan digunakannya. Pemahaman relasional SL terlihat dari kemampuannya menjelaskan hubungan antara fungsi dan turunannya dalam suatu integral.

Untuk kasus menghitung luas daerah, SL juga memberikan penjelasan tentang penggunaan integral tentu. Penjelasan SL tidak hanya fokus pada aturan integrasi yang digunakan, namun juga mempertimbangkan letak dan bentuk dari daerah yang dimaksud. Subyek menyadari dan memaknai hubungan letak grafik dengan bentuk integral tentu, yaitu dengan menambahkan tanda negatif untuk kurva yang berada di bawah sumbu x . Ini berarti SL bukan hanya memiliki pemahaman instrumental namun juga pemahaman relasional. Penjelasan SL selaras dengan uraian tentang proses dalam teori APOS bahwa proses dapat ditandai dengan kemampuan melakukan secara eksplisit dan dapat melewati langkah-langkah serta dapat

membalikannya (Parraguez & Oktaç, 2010; Priss, 2018; Rodliyah et al., 2022). SL dapat membayangkan dan menjelaskan proses menentukan luas daerah dengan menggambar grafik, memperhatikan posisi daerah berada di bawah atau atas sumbu x untuk menentukan bentuk integral tentunya.

Kesimpulan

Berdasarkan uraian di atas, maka dapat disimpulkan bahwa pemahaman mahasiswa calon guru berjenis kelamin perempuan dan mahasiswa calon guru berjenis kelamin laki-laki tentang konsep integral tentu melalui aksi dalam menghitung integral tentu adalah cenderung sama yakni keduanya menyelesaikan soal hitung integral menggunakan aturan yang benar dan dapat menyelesaikannya walaupun ada sedikit kesalahan yaitu tidak cermat dalam mengganti nilai batas pada saat mengubah fungsinya. Namun ada sedikit perbedaan ketika menyelesaikan soal menghitung luas yakni subjek perempuan tidak mempertimbangkan bentuk dan letak daerah yang dimaksud dengan bentuk integral tentu yang digunakan, sedangkan subjek laki-laki memperhatikan dan memaknai pengaruh bentuk dan letak daerah yang dimaksud dengan integral yang digunakan untuk menghitung luas.

Ada perbedaan pemahaman konsep integral mahasiswa calon guru berjenis kelamin perempuan dengan mahasiswa calon guru berjenis kelamin laki-laki jika dilihat dari proses. Pada tahap proses, subjek perempuan menjelaskan langkah menentukan luas daerah adalah langsung menggunakan bentuk integral dari fungsi yang diberikan dan menentukan batas dari masalah yang diberikan selanjutnya menyelesaikan integral tersebut. Subyek perempuan tidak memberikan langkah untuk memperhatikan letak daerah terhadap sumbu x . Sedangkan tahap proses untuk subjek laki-laki ditunjukkan dengan menjelaskan langkah-langkah menghitung luas daerah dengan integral tentu diawali dengan menggambar daerah yang dimaksud, memperhatikan posisi daerah untuk menentukan positif atau negative dari fungsi integralnya, membaginya kedalam beberapa bentuk integral tentu dengan batas-batas yang bersesuaian untuk daerah di bawah sumbu x dan daerah di atas sumbu x , kemudian menghitung integral tentu tersebut untuk mendapatkan luas daerah yang dimaksud. Jadi, subyek laki-laki memahami dan memaknai hubungan antara daerah yang dihitung luasnya dengan bentuk integral tentu yang digunakan.

Berdasarkan hasil penelitian ini, disarankan agar dalam menentukan hasil integral tentu dengan menggunakan metode substitusi perlu ditekankan makna perubahan fungsi yang dilakukan dan menekankan perlunya perubahan batas pada integral tentu setelah fungsi disubstitusi. Ketika mempelajari penentuan luas daerah dengan metode integral tentu perlu ditekankan makna dan hubungan antara grafik fungsi dengan bentuk integral yang digunakan, bisa dengan pemberian bermacam contoh daerah dengan bermacam posisi untuk menyadarkan mahasiswa akan hubungan tersebut.

Ucapan Terima Kasih

Penulis berterima kasih kepada Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat (LPPM) Universitas Kristen Indonesia Toraja selaku pemberi dana penelitian.

References

Arnon, I., Cottrill, J., & Dubinsky, E. (2014). *APOS theory: A ramework for research and curriculum development in mathematics education*. New York: Springer Science & Business Media

- Bayraktar, F., Tutak, T., & İlhan, A. (n.d.). (2019). *Elektronik eğitim bilimleri dergisi electronic journal of education sciences apos teorisine yönelik çalışmaların bir analizi an analysis of the studies on the apos theory*. www.ejedus.org
- de Almeida, M. E. B., Queiruga-Dios, A., & Cáceres, M. J. (2021). Differential and integral calculus in first-year engineering students: A diagnosis to understand the failure. *Mathematics*, 9(1), 1–18. <https://doi.org/10.3390/math9010061>
- Firdaus, A. M., Juniati, D., & Wijayanti, P. (2020). Number pattern generalization process by provincial mathematics olympiad winner students. *Journal for the Education of Gifted Young Scientists*, 8(3), 991–1003. <https://doi.org/10.17478/jegys.704984>
- Firdaus, A. M., Murtafiah, W., Lukitasari, M., Lestari, N. D. S., Ernawati, T., & Widodo, S. A. (2023). Generalization of Patterns Drawing of High-Performance Students Based on Action, Process, Object, and Schema Theory. *European Journal of Educational Research*, 12(1), 421–433. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.12.1.421>
- Rodliyah, I., Juniati, D., & Khabibah, S. (2022). Analysis of the Level of Understanding of the Concept of the Isoline Method of Linear Program Material Based on APOS Theory in terms of Learning Interest. *Jurnal Gantang*, 7(2), 137–147. <https://doi.org/10.31629/jg.v7i2.5250>
- Langi, E. L., Juniati, & Abadi. (2021). Understanding definite integral concepts of prospective teachers through actions and processes based on gender difference. *Journal of Physics: Conference Series*, 1747(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1747/1/012026>
- Langi', E. L., & Juniati, D. (2023). Students as Prospective Teachers' Understanding of Integral Based on the APOS Theory in Terms of Gender Difference. In *Journal of Higher Education Theory and Practice* (Vol. 23, Issue 4).
- Langi, E. L., Palayukan, H., & Palengka, I. (2022). Proses Berpikir Mahasiswa Calon Guru Matematika Dalam Menyelesaikan Soal Integral Berdasarkan Teori APOS. *Seminar Nasional 2 Pendidikan Matematika UKI Toraja*, 1–7.
- Lestari, N. D. S., Juniati, D., & Suwarsono, S. (2018). Gender differences in prospective teachers' mathematical literacy: Problem solving of occupational context on shipping company. *Journal of Physics: Conference Series*, 1008(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1008/1/012074>
- Maharaj, A. (2014). An APOS analysis of natural science students' understanding of integration. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, 3(1), 54–73. <https://doi.org/10.4471/redimat.2014.40>
- Martínez-Planell, R., & Cruz Delgado, A. (2016). The unit circle approach to the construction of the sine and cosine functions and their inverses: An application of APOS theory. *Journal of Mathematical Behavior*, 43, 111–133. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2016.06.002>
- Martínez-Planell, R., & Trigueros, M. (2019). Using cycles of research in APOS: The case of functions of two variables. *Journal of Mathematical Behavior*. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.01.003>
- Misu, L., Budayasa, I. K., & Lukito, A. (2018). Profile of Metacognition of Mathematics and Mathematics Education Students in Understanding the Concept of Integral Calculus. *Journal of Physics: Conference Series*, 974(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/974/1/012022>
- Muhassanah, N., & Lukman, H. S. (2020). Analysis of mathematics student understanding: Calculus concepts. *Journal of Physics: Conference Series*, 1657(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1657/1/012069>
- Oktaç, A. (2019). Mental constructions in linear algebra. *ZDM*, 51(7), 1043–1054.

- Parraguez, M., & Oktaç, A. (2010). Construction of the vector space concept from the viewpoint of APOS theory. *Linear Algebra and Its Applications*, 432(8), 2112–2124. <https://doi.org/10.1016/j.laa.2009.06.034>
- Priss, U. (2018). Combining and Contrasting Formal Concept Analysis and APOS Theory. *Lecture Notes in Computer Science (Including Subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 10872 LNAI, 96–104. https://doi.org/10.1007/978-3-319-91379-7_8
- Puloo, M. M. L., Juniati, D., & Wijayanti, P. (2018). Visualization Profile of Junior High School Students in Solving Geometry Problems Viewed from Gender Differences. *Journal of Physics: Conference Series*, 1108(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1108/1/012063>
- Salleh, T. S., & Zakaria, E. (2016). The Effects of Maple Integrated Strategy on Engineering Technology Students' Understanding of Integral Calculus. In *TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology* (Vol. 15, Issue 3).
- Sari, D. I., Budayasa, I. K., & Juniati, D. (2017). The analysis of probability task completion; Taxonomy of probabilistic thinking-based across gender in elementary school students. *AIP Conference Proceedings*, 1868. <https://doi.org/10.1063/1.4995131>
- Wulandari, F., & Rakhmawati, R. (2019). *Desimal: Jurnal Matematika Analisis Kemampuan Pemahaman Relasional Matematis : Dampak Strategi Pembelajaran Index Card Match*. 2(3), 203–209. <http://ejournal.radenintan.ac.id/index.php/desimal/index>
- Yudianto, E., Suwarsono, S., & Juniati, D. (2017). The Anticipation: How to Solve Problem in Integral? *Journal of Physics: Conference Series*, 824(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/824/1/012055>